

多重円筒理論による円形圧力水路設計式

目次

1.	概要	1
2.	基礎方程式	1
2.1	完全弾性体	1
2.2	周方向 no-tension 材料	3
3.	各材料への基礎方程式の適用	3
3.1	岩盤	3
3.2	鉄筋	4
3.3	内圧を受けるコンクリート (周方向 no-tension 材料)	4
3.4	外圧を受けるコンクリート (完全弾性体)	4
4.	連立方程式の作成	5
4.1	内圧を受ける単鉄筋断面	6
4.2	内圧を受ける複鉄筋断面	7
4.3	外圧を受ける単鉄筋断面	8
4.4	外圧を受ける複鉄筋断面	9
5.	解析事例	10
5.1	理論解との比較	10
5.2	FEM 解析結果との比較	11
6.	入出力データ	13
6.1	入力データ	13
6.2	出力データ	13

1. 概要

内・外圧を受ける中心軸方向に均一な厚肉円筒を平面ひずみ状態でモデル化する。この場合、せん断ひずみ・せん断応力は0となり考慮する必要はない。

ここでは、鉄筋を有する円形圧力水路への適用を考慮し、以下の考え方を採用する。

- 圧力水路の構造は、鉄筋コンクリート構造とする。
- 内圧を受ける場合のモデル化範囲は圧力水路の覆工および岩盤とする。
- 内圧を受ける覆工コンクリートはひび割れ発生を前提とし、周方向の引張応力は分担しない。
- 外圧は覆工コンクリート背面に作用するものとし、岩盤はモデル化しない。
- 外圧を受ける覆工には圧縮力が作用するため、コンクリート・鉄筋とも完全弾性体とする。
- 温度変化量は、簡略化のため、覆工内に均一なものを考え、岩盤内での温度変化は考慮しない。
- 水路コンクリートでは鉄筋のかぶりが比較的大きいため、これを考慮する。

なお、基礎理論は、Timoshenko & Goodier "Theory of Elasticity, Chapter 13 Thermal Stress" を参考にした。

2. 基礎方程式

2.1 完全弾性体

均一内圧・均一断面の厚肉円筒モデルでは、せん断応力およびせん断ひずみは考慮する必要は無いため、完全弾性体の一般的な応力-ひずみ関係は、以下のとおりとなる。

$$\begin{cases} \epsilon_r - \alpha T = \frac{1}{E} \{ \sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z) \} \\ \epsilon_\theta - \alpha T = \frac{1}{E} \{ \sigma_\theta - \nu(\sigma_z + \sigma_r) \} \\ \epsilon_z - \alpha T = \frac{1}{E} \{ \sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) \} \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 r, θ, z はそれぞれ、厚肉円筒の半径方向、円周方向、軸方向を示し、 σ は直応力、 ϵ は直ひずみ、 E は弾性係数、 ν はポアソン比を示す。また、 α は材料の熱膨張係数、 T は温度変化量である。

平面ひずみでは、 $\epsilon_z = 0$ より、

$$\begin{cases} \sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) - E\alpha T \\ \epsilon_r - \alpha T = \frac{1}{E} \{ (1 - \nu^2)\sigma_r - \nu(1 + \nu)\sigma_\theta \} \\ \epsilon_\theta - \alpha T = \frac{1}{E} \{ (1 - \nu^2)\sigma_\theta - \nu(1 + \nu)\sigma_r \} \end{cases} \quad (2)$$

よって、

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \{ (1 - \nu)\epsilon_r + \nu\epsilon_\theta - (1 + \nu)\alpha T \} \\ \sigma_\theta = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \{ \nu\epsilon_r + (1 - \nu)\epsilon_\theta - (1 + \nu)\alpha T \} \end{cases} \quad (3)$$

また、ひずみ-変位関係は、半径方向変位を u とし、以下のとおりとなる。

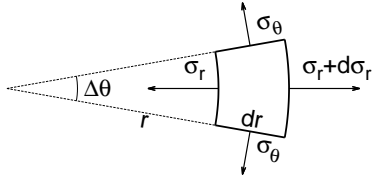
$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (4)$$

厚肉円筒における応力の釣り合い式は、以下のとおり。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (5)$$

[参考]

Small element



厚肉円筒の微小要素

微小要素の力の釣り合いより、

$$r\Delta\theta \cdot \sigma_r + 2dr \cdot \sigma_\theta \sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) = (r + dr)\Delta\theta(\sigma_r + d\sigma_r)$$

上式において、 $\sin(\Delta\theta/2) \doteq \Delta\theta/2$ として両辺から $\Delta\theta$ を消去し、2次の微小項を無視することにより以下の釣り合い式が得られる。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

よって

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} - \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \cdot \alpha \frac{dT}{dr} \right\} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \cdot \alpha \frac{dT}{dr} \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(ru)}{dr} \right] = \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \cdot \alpha \frac{dT}{dr} \quad (7)$$

ここで、

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(ru)}{dr} \right] = 0 \quad \rightarrow \quad \text{一般解} \quad u = C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r} \quad (8)$$

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(ru)}{dr} \right] = \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \cdot \alpha \frac{dT}{dr} \quad \rightarrow \quad \text{特解} \quad u = \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \alpha \frac{1}{r} \int_a^r T r dr \quad (9)$$

以上より、変位および応力は以下のとおり整理される。なお積分記号中の r 、 a はそれぞれ、当該材料任意点の半径座標、当該材料の半径座標が小さい側の境界の半径座標である。

$$\begin{cases} u = \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \alpha \frac{1}{r} \int_a^r T r dr + C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r} \\ \sigma_r = -\frac{\alpha E}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \int_a^r T r dr + \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot C_1 - \frac{E}{(1+\nu)} \frac{C_2}{r^2} \\ \sigma_\theta = \frac{\alpha E}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \int_a^r T r dr - \frac{\alpha E T}{1-\nu} + \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot C_1 + \frac{E}{(1+\nu)} \frac{C_2}{r^2} \\ \sigma_z = -\frac{\alpha E T}{1-\nu} + \frac{2\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot C_1 \end{cases} \quad (10)$$

2.2 周方向 no-tension 材料

内圧を受ける覆工コンクリートを対象として、周方向の引張応力を負担しない、周方向 no-tension 材料の基礎方程式を求める。

応力の釣り合い式において、 $\sigma_\theta = 0$ であることから、

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r}{r} = 0 \quad (11)$$

no-tension 材料は 1 軸材料とみなし、ポアソン比 $\nu = 0$ とすれば、ひずみ-変位関係を用いて、

$$\sigma_r = E\epsilon_r - E\alpha T \quad \rightarrow \quad \sigma_r = E\frac{du}{dr} - E\alpha T \quad \left(\epsilon_r = \frac{du}{dr} \right) \quad (12)$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r}{r} = E \left\{ \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \alpha \left(\frac{dT}{dr} + \frac{T}{r} \right) \right\} = 0 \quad (13)$$

ここで、

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} = 0 \quad \rightarrow \quad \text{一般解} \quad u = C_1 + C_2 \ln(r) \quad (14)$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \alpha \left(\frac{dT}{dr} + \frac{T}{r} \right) \quad \rightarrow \quad \text{特解} \quad u = \alpha \int_a^r T dr \quad (15)$$

以上より、変位および応力は以下のとおり整理される。なお、 C_1 と C_2 の順序は、連立方程式を行列を用いて解く時に対角項が 0 とならないようこの順序としている。また積分記号中の r 、 a はそれぞれ、当該材料任意点の半径座標、当該材料の半径座標が小さい側の境界の半径座標である。

$$\begin{cases} u = C_1 + C_2 \ln(r) + \alpha \int_a^r T dr \\ \sigma_r = E \frac{C_2}{r} \end{cases} \quad (16)$$

3. 各材料への基礎方程式の適用

上記の基礎方程式を圧力水路を構成する各材料に適用する。この際、以下の仮定を導入する。

- 岩盤は完全弾性体とする。
- 鉄筋は完全弾性体とする。鉄筋は梁要素として扱う方法もあるが、ここでは理論の統一性から厚さの薄い円筒要素として扱う。
- 内圧を受けるコンクリートは周方向 no-tension 材料とする。
- 外圧を受けるコンクリートは完全弾性体とする。
- 軸方向直応力 σ_z は結果として得られる値であり考慮しない。
- 温度変化量は覆工内のみで均一量として考慮する。すなわちコンクリート・鉄筋で均一な温度変化を考慮し、岩盤での温度変化量は考慮しない。

3.1 岩盤

岩盤は完全弾性体とし、岩盤内での温度分布は考慮しないため、

$$\begin{cases} u_g = C_{g1} \cdot r + \frac{C_{g2}}{r} \\ \sigma_{rg} = \frac{E_g}{(1+\nu_g)(1-2\nu_g)} \cdot C_{g1} - \frac{E_g}{(1+\nu_g)} \frac{C_{g2}}{r^2} \\ \sigma_{\theta g} = \frac{E_g}{(1+\nu_g)(1-2\nu_g)} \cdot C_{g1} + \frac{E_g}{(1+\nu_g)} \frac{C_{g2}}{r^2} \end{cases} \quad (17)$$

3.2 鉄筋

鉄筋では均一温度変化を考慮するため

$$\begin{cases} \frac{1+\nu_s}{1-\nu_s} \cdot \alpha_s \frac{1}{r} \int_a^r T r dr = \frac{1+\nu_s}{1-\nu_s} \cdot \alpha_s T \frac{r^2-a^2}{2r} \\ \frac{\alpha_s E_s}{1-\nu_s} \cdot \frac{1}{r^2} \int_a^r T r dr = -\frac{E_s \alpha_s T}{1-\nu_s} \cdot \frac{r^2-a^2}{2r^2} \\ \frac{\alpha_s E_s}{1-\nu_s} \cdot \frac{1}{r^2} \int_a^r T r dr - \frac{\alpha_s E_s T}{1-\nu_s} = -\frac{E_s \alpha_s T}{1-\nu_s} \cdot \frac{r^2+a^2}{2r^2} \end{cases} \quad (18)$$

よって

$$\begin{cases} u_s = \frac{1+\nu_s}{1-\nu_s} \cdot \alpha_s T \frac{r^2-a^2}{2r} + C_{s1} \cdot r + \frac{C_{s2}}{r} \\ \sigma_{rs} = -\frac{E_s \alpha_s T}{1-\nu_s} \cdot \frac{r^2-a^2}{2r^2} + \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \cdot C_{s1} - \frac{E_s}{(1+\nu_s)} \frac{C_{s2}}{r^2} \\ \sigma_{\theta s} = -\frac{E_s \alpha_s T}{1-\nu_s} \cdot \frac{r^2+a^2}{2r^2} + \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \cdot C_{s1} + \frac{E_s}{(1+\nu_s)} \frac{C_{s2}}{r^2} \end{cases} \quad (19)$$

3.3 内圧を受けるコンクリート (周方向 no-tension 材料)

内圧を受ける場合の周方向 no-tension 材料としてのコンクリートをモデル化する。コンクリートでは均一温度変化を考慮するため、

$$\alpha_c \int_a^r T dr = \alpha_c T (r-a) \quad (20)$$

よって

$$\begin{cases} u_c = C_{c1} + C_{c2} \ln(r) + \alpha_c T (r-a) \\ \sigma_{rc} = E_c \frac{C_{c2}}{r} \\ \sigma_{\theta c} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

3.4 外圧を受けるコンクリート (完全弾性体)

外圧を受ける場合の完全弾性体としてのコンクリートをモデル化する。温度項は鉄筋と同様の考え方による。

$$\begin{cases} u_c = \frac{1+\nu_c}{1-\nu_c} \cdot \alpha_c T \frac{r^2-a^2}{2r} + C_{c1} \cdot r + \frac{C_{c2}}{r} \\ \sigma_{rc} = -\frac{E_c \alpha_c T}{1-\nu_c} \cdot \frac{r^2-a^2}{2r^2} + \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} \cdot C_{c1} - \frac{E_c}{(1+\nu_c)} \frac{C_{c2}}{r^2} \\ \sigma_{\theta s} = -\frac{E_c \alpha_c T}{1-\nu_c} \cdot \frac{r^2+a^2}{2r^2} + \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} \cdot C_{c1} + \frac{E_c}{(1+\nu_c)} \frac{C_{c2}}{r^2} \end{cases} \quad (22)$$

4. 連立方程式の作成

モデルの境界および各材料の接合部において、半径方向変位および半径方向応力の連続性より連立一次方程式を作成する。これを解くことにより、未定係数を確定でき、モデル各部の変位及び応力を算定することができる。

内圧作用モデル

考慮する荷重は、内圧 P_0 (外向き正) および覆工内の均一温度変化量 (温度上昇を正) としている。また、コンクリートは周方向 no-tension 材料としている。

外圧作用モデル

考慮する荷重は、覆工背面に作用する外圧 P_e (内向き正) および覆工内の均一温度変化量 (温度上昇を正) としている。覆工背面に外圧が作用する場合、覆工内は全圧縮となるため、コンクリートは完全弾性体としている。なお、荷重として比較的小さい外圧と大きな温度低下を入力した場合、コンクリートに引張応力が発生する可能性がある。この場合は、発生引張応力がコンクリートの引張強度を越えるか否かで扱いを判断する必要がある。

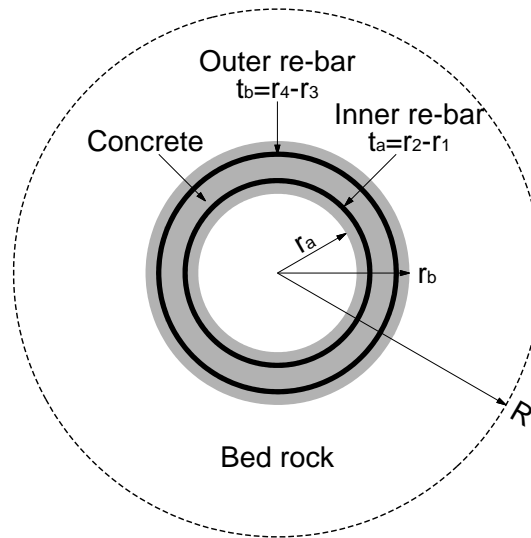
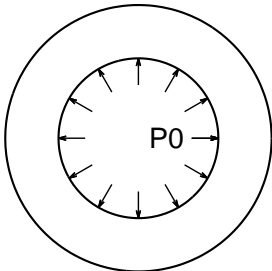
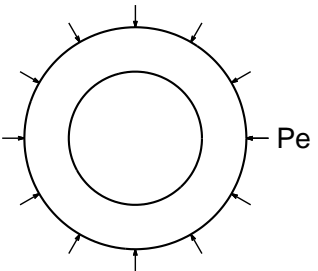


図1 解析モデル概要

	Concrete: No-tension body	Concrete: Linear elastic body
Model		
	Bed rock is included.	Bed rock is not included.
Loads	Internal pressure P_0 Temperature change	External pressure P_e Temperature change
Re-bar	Double or Single	Double or Single
n *)	Double: 12th, Single: 8th	Double: 10th, Single: 6th

*) n is the dimension of linear equations.

図2 内圧作用モデルと外圧作用モデルの比較

4.1 内圧を受ける単鉄筋断面

行	半径座標	方程式作成条件	係数	意味
1	$r = R$	岩盤モデル外縁での変位を 0 に規定	C_{g1}	岩盤の未定係数 C_1
2	$r = r_b$	岩盤と覆工コンクリートの境界の応力の連続性	C_{g2}	岩盤の未定係数 C_2
3	$r = r_b$	岩盤と覆工コンクリートの境界の変位の連続性	C_{co1}	コンクリートの未定係数 C_1
4	$r = r_2$	覆工コンクリートと鉄筋外面境界の応力の連続性	C_{co2}	コンクリートの未定係数 C_2
5	$r = r_2$	覆工コンクリートと鉄筋外面境界の変位の連続性	C_{s1}	鉄筋の未定係数 C_1
6	$r = r_1$	覆工コンクリートの鉄筋内面境界の応力の連続性	C_{s2}	鉄筋の未定係数 C_2
7	$r = r_1$	覆工コンクリートの鉄筋内面境界の変位の連続性	C_{ci1}	かぶりコンクリートの未定係数 C_1
8	$r = r_a$	覆工コンクリート内壁面応力が内水圧 P_0 に等しいと規定	C_{ci2}	かぶりコンクリートの未定係数 C_2

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{4,3} & a_{4,4} & a_{4,5} & a_{4,6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{5,3} & a_{5,4} & a_{5,5} & a_{5,6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6,5} & a_{6,6} & a_{6,7} & a_{6,8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{7,5} & a_{7,6} & a_{7,7} & a_{7,8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{8,7} & a_{8,8} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_{g1} \\ C_{g2} \\ C_{co1} \\ C_{co2} \\ C_{s1} \\ C_{s2} \\ C_{ci1} \\ C_{ci2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_c T (r_b - r_2) \\ -\frac{E_s \alpha_s T}{1 - \nu_s} \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \cdot r_2^2} \\ \frac{1 + \nu_s}{1 - \nu_s} \alpha_s T \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \cdot r_2} \\ 0 \\ \alpha_c T (r_1 - r_a) \\ -P_0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
 a_{1,1} &= R & a_{1,2} &= \frac{1}{R} \\
 a_{2,1} &= \frac{E_g}{(1 + \nu_g)(1 - 2\nu_g)} & a_{2,2} &= -\frac{E_g}{1 + \nu_g} \cdot \frac{1}{r_b^2} & a_{2,3} &= 0 & a_{2,4} &= \frac{E_c}{r_b} \\
 a_{3,1} &= r_b & a_{3,2} &= \frac{1}{r_b} & a_{3,3} &= -1 & a_{3,4} &= -\ln(r_b) \\
 a_{4,3} &= 0 & a_{4,4} &= \frac{E_c}{r_2} & a_{4,5} &= -\frac{E_s}{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)} & a_{4,6} &= \frac{E_s}{1 + \nu_s} \cdot \frac{1}{r_2^2} \\
 a_{5,3} &= 1 & a_{5,4} &= \ln(r_2) & a_{5,5} &= -r_2 & a_{5,6} &= -\frac{1}{r_2} \\
 a_{6,5} &= \frac{E_s}{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)} & a_{6,6} &= -\frac{E_s}{1 + \nu_s} \cdot \frac{1}{r_1^2} & a_{6,7} &= 0 & a_{6,8} &= -\frac{E_c}{r_1} \\
 a_{7,5} &= r_1 & a_{7,6} &= \frac{1}{r_1} & a_{7,7} &= -1 & a_{7,8} &= -\ln(r_1) \\
 a_{8,7} &= 0 & a_{8,8} &= \frac{E_c}{r_a}
 \end{aligned}$$

4.2 内圧を受ける複鉄筋断面

行	半径座標	方程式作成条件	係数	意味
1	$r = R$	岩盤モデル外縁での変位を 0 に規定	C_{g1}	岩盤の未定係数 C_1
2	$r = r_b$	岩盤と覆工コンクリートの境界の応力の連続性	C_{g2}	岩盤の未定係数 C_2
3	$r = r_b$	岩盤と覆工コンクリートの境界の変位の連続性	C_{co1}	外側かぶりコンクリートの未定係数 C_1
4	$r = r_4$	覆工コンクリートと外側鉄筋外面境界の応力の連続性	C_{co2}	外側かぶりコンクリートの未定係数 C_2
5	$r = r_4$	覆工コンクリートと外側鉄筋外面境界の変位の連続性	C_{so1}	外側鉄筋の未定係数 C_1
6	$r = r_3$	覆工コンクリートと外側鉄筋内面境界の応力の連続性	C_{so2}	外側鉄筋の未定係数 C_2
7	$r = r_3$	覆工コンクリートと外側鉄筋内面境界の変位の連続性	C_{cm1}	鉄筋間コンクリートの未定係数 C_1
8	$r = r_2$	覆工コンクリートと内側鉄筋外面境界の応力の連続性	C_{cm2}	鉄筋間コンクリートの未定係数 C_2
9	$r = r_2$	覆工コンクリートと内側鉄筋外面境界の変位の連続性	C_{si1}	内側鉄筋の未定係数 C_1
10	$r = r_1$	覆工コンクリートと内側鉄筋内面境界の応力の連続性	C_{si2}	内側鉄筋の未定係数 C_2
11	$r = r_1$	覆工コンクリートと内側鉄筋内面境界の変位の連続性	C_{ci}	内側かぶりコンクリートの未定係数 C_1
12	$r = r_a$	覆工コンクリート内壁面応力が内水圧 P_0 に等しいと規定	C_{ci}	内側かぶりコンクリートの未定係数 C_2

$$\begin{bmatrix}
 a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & a_{4,3} & a_{4,4} & a_{4,5} & a_{4,6} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & a_{5,3} & a_{5,4} & a_{5,5} & a_{5,6} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6,5} & a_{6,6} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & a_{7,5} & a_{7,6} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{10,11} & a_{10,12} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{11,11} & a_{11,12} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{12,11} & a_{12,12} & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 C_{g1} \\
 C_{g2} \\
 C_{co1} \\
 C_{co2} \\
 C_{so1} \\
 C_{so2} \\
 C_{cm1} \\
 C_{cm2} \\
 C_{si1} \\
 C_{si2} \\
 C_{ci1} \\
 C_{ci2}
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 \alpha_c T (r_b - r_4) \\
 -\frac{E_s \alpha_s T}{1 - \nu_s} \cdot \frac{r_4^2 - r_3^2}{2 \cdot r_4^2} \\
 \frac{1 + \nu_s}{1 - \nu_s} \alpha_s T \cdot \frac{r_4^2 - r_3^2}{2 \cdot r_4} \\
 0 \\
 \alpha_c T (r_3 - r_2) \\
 -\frac{E_s \alpha_s T}{1 - \nu_s} \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \cdot r_2^2} \\
 \frac{1 + \nu_s}{1 - \nu_s} \alpha_s T \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \cdot r_2} \\
 0 \\
 \alpha_c T (r_1 - r_a) \\
 -P_0
 \end{Bmatrix}
 \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
 a_{1,1} &= R & a_{1,2} &= \frac{1}{R} \\
 a_{2,1} &= \frac{E_g}{(1 + \nu_g)(1 - 2\nu_g)} & a_{2,2} &= -\frac{E_g}{1 + \nu_g} \cdot \frac{1}{r_b^2} & a_{2,3} &= 0 & a_{2,4} &= \frac{E_c}{r_b} \\
 a_{3,1} &= r_b & a_{3,2} &= \frac{1}{r_b} & a_{3,3} &= -1 & a_{3,4} &= -\ln(r_b) \\
 a_{4,3} &= 0 & a_{4,4} &= \frac{E_c}{r_4} & a_{4,5} &= -\frac{E_s}{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)} & a_{4,6} &= \frac{E_s}{1 + \nu_s} \cdot \frac{1}{r_4^2} \\
 a_{5,3} &= 1 & a_{5,4} &= \ln(r_4) & a_{5,5} &= -r_4 & a_{5,6} &= -\frac{1}{r_4} \\
 a_{6,5} &= \frac{E_s}{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)} & a_{6,6} &= -\frac{E_s}{1 + \nu_s} \cdot \frac{1}{r_3^2} & a_{6,7} &= 0 & a_{6,8} &= -\frac{E_c}{r_3} \\
 a_{7,5} &= r_3 & a_{7,6} &= \frac{1}{r_3} & a_{7,7} &= -1 & a_{7,8} &= -\ln(r_3) \\
 a_{8,7} &= 0 & a_{8,8} &= \frac{E_c}{r_2} & a_{8,9} &= -\frac{E_s}{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)} & a_{8,10} &= \frac{E_s}{1 + \nu_s} \cdot \frac{1}{r_2^2} \\
 a_{9,7} &= 1 & a_{9,8} &= \ln(r_2) & a_{9,9} &= -r_2 & a_{9,10} &= -\frac{1}{r_2} \\
 a_{10,9} &= \frac{E_s}{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)} & a_{10,10} &= -\frac{E_s}{1 + \nu_s} \cdot \frac{1}{r_1^2} & a_{10,11} &= 0 & a_{10,12} &= -\frac{E_c}{r_1} \\
 a_{11,9} &= r_1 & a_{11,10} &= \frac{1}{r_1} & a_{11,11} &= -1 & a_{11,12} &= -\ln(r_1) \\
 a_{12,11} &= 0 & a_{12,12} &= \frac{E_c}{r_a}
 \end{aligned}$$

4.3 外圧を受ける単鉄筋断面

行	半径座標	方程式作成条件	係数	意味
1	$r = r_b$	覆工コンクリート背面応力が外水圧 P_e に等しいと規定	C_{co1}	コンクリートの未定係数 C_1
2	$r = r_2$	覆工コンクリートと鉄筋外面境界の応力の連続性	C_{co2}	コンクリートの未定係数 C_2
3	$r = r_2$	覆工コンクリートと鉄筋外面境界の変位の連続性	C_{s1}	鉄筋の未定係数 C_1
4	$r = r_1$	覆工コンクリートの鉄筋内面境界の応力の連続性	C_{s2}	鉄筋の未定係数 C_2
5	$r = r_1$	覆工コンクリートの鉄筋内面境界の変位の連続性	C_{ci1}	かぶりコンクリートの未定係数 C_1
6	$r = r_a$	覆工コンクリート内壁面応力を 0 に規定	C_{ci2}	かぶりコンクリートの未定係数 C_2

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & 0 & 0 \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{4,3} & a_{4,4} & a_{4,5} & a_{4,6} \\ 0 & 0 & a_{5,3} & a_{5,4} & a_{5,5} & a_{5,6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{6,5} & a_{6,6} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_{co1} \\ C_{co2} \\ C_{s1} \\ C_{s2} \\ C_{ci1} \\ C_{ci2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_e \\ -\frac{E_s \alpha_s T}{1-\nu_s} \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \cdot r_2^2} \\ \frac{1+\nu_s}{1-\nu_s} \alpha_s T \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \cdot r_2} \\ -\frac{E_c \alpha_c T}{1-\nu_c} \cdot \frac{r_1^2 - r_a^2}{2 \cdot r_1^2} \\ \frac{1+\nu_c}{1-\nu_c} \alpha_c T \cdot \frac{r_1^2 - r_a^2}{2 \cdot r_1} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} a_{1,1} &= \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} & a_{1,2} &= -\frac{E_c}{1+\nu_c} \cdot \frac{1}{r_b^2} \\ a_{2,1} &= \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} & a_{2,2} &= -\frac{E_c}{1+\nu_c} \cdot \frac{1}{r_2^2} & a_{2,3} &= -\frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} & a_{2,4} &= \frac{E_s}{1+\nu_s} \cdot \frac{1}{r_2^2} \\ a_{3,1} &= r_2 & a_{3,2} &= \frac{1}{r_2} & a_{3,3} &= -r_2 & a_{3,4} &= -\frac{1}{r_2} \\ a_{4,3} &= \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} & a_{4,4} &= -\frac{E_s}{1+\nu_s} \cdot \frac{1}{r_1^2} & a_{4,5} &= -\frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} & a_{4,6} &= \frac{E_c}{1+\nu_c} \cdot \frac{1}{r_1^2} \\ a_{5,3} &= r_1 & a_{5,4} &= \frac{1}{r_1} & a_{5,5} &= -r_1 & a_{5,6} &= -\frac{1}{r_1} \\ a_{6,5} &= \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} & a_{6,6} &= -\frac{E_c}{1+\nu_c} \cdot \frac{1}{r_a^2} \end{aligned}$$

4.4 外圧を受ける複鉄筋断面

行	半径座標	方程式作成条件	係数	意味
1	$r = r_b$	覆工コンクリート背面応力が外水圧 P_e に等しいと規定	C_{co1}	外側かぶりコンクリートの未定係数 C_1
2	$r = r_4$	覆工コンクリートと外側鉄筋外面境界の応力の連続性	C_{co2}	外側かぶりコンクリートの未定係数 C_2
3	$r = r_4$	覆工コンクリートと外側鉄筋外面境界の変位の連続性	C_{so1}	外側鉄筋の未定係数 C_1
4	$r = r_3$	覆工コンクリートと外側鉄筋内面境界の応力の連続性	C_{so2}	外側鉄筋の未定係数 C_2
5	$r = r_3$	覆工コンクリートと外側鉄筋内面境界の変位の連続性	C_{cm1}	鉄筋間コンクリートの未定係数 C_1
6	$r = r_2$	覆工コンクリートと内側鉄筋外面境界の応力の連続性	C_{cm2}	鉄筋間コンクリートの未定係数 C_2
7	$r = r_2$	覆工コンクリートと内側鉄筋外面境界の変位の連続性	C_{si1}	内側鉄筋の未定係数 C_1
8	$r = r_1$	覆工コンクリートと内側鉄筋内面境界の応力の連続性	C_{si2}	内側鉄筋の未定係数 C_2
9	$r = r_1$	覆工コンクリートと内側鉄筋内面境界の変位の連続性	C_{ci}	内側かぶりコンクリートの未定係数 C_1
10	$r = r_a$	覆工コンクリート内壁面応力を 0 に規定	C_{ci}	内側かぶりコンクリートの未定係数 C_2

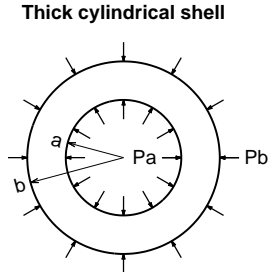
$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{4,3} & a_{4,4} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{5,3} & a_{5,4} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{8,9} & a_{8,10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{9,9} & a_{9,10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{10,9} & a_{10,10} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_{co1} \\ C_{co2} \\ C_{so1} \\ C_{so2} \\ C_{cm1} \\ C_{cm2} \\ C_{si1} \\ C_{si2} \\ C_{ci1} \\ C_{ci2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P_e \\ -\frac{E_s \alpha_s T}{1-\nu_s} \cdot \frac{r_4^2 - r_3^2}{2 \cdot r_4^2} \\ \frac{1+\nu_s}{1-\nu_s} \alpha_s T \cdot \frac{r_4^2 - r_3^2}{2 \cdot r_4} \\ -\frac{E_c \alpha_c T}{1-\nu_c} \cdot \frac{r_3^2 - r_2^2}{2 \cdot r_3^2} \\ \frac{1+\nu_c}{1-\nu_c} \alpha_c T \cdot \frac{r_3^2 - r_2^2}{2 \cdot r_3} \\ -\frac{E_s \alpha_s T}{1-\nu_s} \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \cdot r_2^2} \\ \frac{1+\nu_s}{1-\nu_s} \alpha_s T \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \cdot r_2} \\ -\frac{E_c \alpha_c T}{1-\nu_c} \cdot \frac{r_1^2 - r_a^2}{2 \cdot r_1} \\ \frac{1+\nu_c}{1-\nu_c} \alpha_c T \cdot \frac{r_1^2 - r_a^2}{2 \cdot r_1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{aligned}
 a_{1,1} &= \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} & a_{1,2} &= -\frac{E_c}{1+\nu_c} \cdot \frac{1}{r_b^2} \\
 a_{2,1} &= \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} & a_{2,2} &= -\frac{E_c}{1+\nu_c} \cdot \frac{1}{r_4^2} & a_{2,3} &= -\frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} & a_{2,4} &= \frac{E_s}{1+\nu_s} \cdot \frac{1}{r_4^2} \\
 a_{3,1} &= r_4 & a_{3,2} &= \frac{1}{r_4} & a_{3,3} &= -r_4 & a_{3,4} &= -\frac{1}{r_4} \\
 a_{4,3} &= \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} & a_{4,4} &= -\frac{E_s}{1+\nu_s} \cdot \frac{1}{r_3^2} & a_{4,5} &= -\frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} & a_{4,6} &= \frac{E_c}{1+\nu_c} \cdot \frac{1}{r_3^2} \\
 a_{5,3} &= r_3 & a_{5,4} &= \frac{1}{r_3} & a_{5,5} &= -r_3 & a_{5,6} &= -\frac{1}{r_3} \\
 a_{6,5} &= \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} & a_{6,6} &= -\frac{E_c}{1+\nu_c} \cdot \frac{1}{r_2^2} & a_{6,7} &= -\frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} & a_{6,8} &= \frac{E_s}{1+\nu_s} \cdot \frac{1}{r_2^2} \\
 a_{7,5} &= r_2 & a_{7,6} &= \frac{1}{r_2} & a_{7,7} &= -r_2 & a_{7,8} &= -\frac{1}{r_2} \\
 a_{8,7} &= \frac{E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} & a_{8,8} &= -\frac{E_s}{1+\nu_s} \cdot \frac{1}{r_1^2} & a_{8,9} &= -\frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} & a_{8,10} &= \frac{E_c}{1+\nu_c} \cdot \frac{1}{r_1^2} \\
 a_{9,7} &= r_1 & a_{9,8} &= \frac{1}{r_1} & a_{9,9} &= -r_1 & a_{9,10} &= -\frac{1}{r_1} \\
 a_{10,9} &= \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} & a_{10,10} &= -\frac{E_c}{1+\nu_c} \cdot \frac{1}{r_a^2}
 \end{aligned}$$

5. 解析事例

5.1 理論解との比較

下図のような内圧あるいは外圧を受ける平面ひずみ厚肉円筒において、理論解と数値解析解の比較を行った。弾性係数・ポアソン比は、コンクリートの物性相当として、それぞれ $E = 25,000\text{N/mm}^2$ 、 $\nu = 0.2$ とした。なお、 σ_r は半径方向応力、 σ_θ は円周方向応力、 u は半径方向変位である。



$$\begin{cases} u = \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(\frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \cdot r + \frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{b^2}{r} \right) \cdot P_a \\ \quad - \frac{b^2}{b^2 - a^2} \left(\frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \cdot r + \frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{a^2}{r} \right) \cdot P_b \\ \sigma_r = \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \cdot P_a - \frac{b^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot P_b \\ \sigma_\theta = \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \cdot P_a - \frac{b^2}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot P_b \end{cases}$$

理論解①

a	b	P_a	P_b	$\sigma_{r(a)}$	$\sigma_{\theta(a)}$	$\sigma_{r(b)}$	$\sigma_{\theta(b)}$	u_a	u_b
3000	3600	1	0	-1.000	5.545	0.000	4.545	0.668	0.628
4000	4800	1	0	-1.000	5.545	0.000	4.545	0.890	0.838
5000	6000	1	0	-1.000	5.545	0.000	4.545	1.113	1.047
3000	3600	0	1	0.000	-6.545	-1.000	-5.545	-0.754	-0.732
4000	4800	0	1	0.000	-6.545	-1.000	-5.545	-1.005	-0.976
5000	6000	0	1	0.000	-6.545	-1.000	-5.545	-1.257	-1.220

数値解析解②

a	b	P_a	P_b	$\sigma_{r(a)}$	$\sigma_{\theta(a)}$	$\sigma_{r(b)}$	$\sigma_{\theta(b)}$	u_a	u_b
3000	3600	1	0	-1.000	5.562	0.000	4.562	0.670	0.630
4000	4800	1	0	-1.000	5.558	0.000	4.558	0.892	0.840
5000	6000	1	0	-1.000	5.555	0.000	4.555	1.115	1.049
3000	3600	0	1	0.000	-6.545	-1.000	-5.545	-0.754	-0.732
4000	4800	0	1	0.000	-6.545	-1.000	-5.545	-1.005	-0.976
5000	6000	0	1	0.000	-6.545	-1.000	-5.545	-1.257	-1.220

比率②/①

a	b	P_a	P_b	$\sigma_{r(a)}$	$\sigma_{\theta(a)}$	$\sigma_{r(b)}$	$\sigma_{\theta(b)}$	u_a	u_b
				1.000	1.003	—	1.004	1.004	1.003
				1.000	1.002	—	1.003	1.002	1.003
				1.000	1.002	—	1.002	1.002	1.002
				—	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
				—	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
				—	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

(1) 内圧を受ける場合

数値解析解において、内圧を受ける場合のコンクリートは No-tension 材料となっているため、かぶりを 1mm として No-tension 材料の厚さを裏表計 2mm とし、鉄筋厚さを厚くするとともに弾性体としてのコンクリートの物性を入力している。このため引張を負担する有効断面が理論値より 2mm 小さくなっており、応力・変位とも大きく算定されているが、差異は 0.5% 以下である。

(2) 外圧を受ける場合

数値解析解において、外圧を受ける場合は、コンクリートは完全弾性体として扱っているため、鉄筋の物性をコンクリートに置き換えることにより全断面が弾性体としてのコンクリート物性を有することとなり、小数点以下 3 桁の精度で理論解に一致している。

5.2 FEM 解析結果との比較

(1) 解析モデル

下表の解析条件で、多重円筒理論による解析結果と FEM による解析結果の比較を行った。

断面	複鉄筋断面	単鉄筋断面
水路内半径	4,000 mm	4,000 mm
覆工厚	800 mm	600 mm
岩盤外縁半径	50,000 mm	50,000 mm
鉄筋かぶり	100 mm	100 mm
内側鉄筋 (鉄筋等価板厚)	D32@200x2 3.97 mm	D25@250 2.03 mm
外側鉄筋 (鉄筋等価板厚)	D32@200x2 3.97 mm	—
コンクリート弾性係数	25,000 N/mm ²	
コンクリートポアソン比	0.2 (No-tension 時は 0)	
コンクリート熱膨張係数	10×10 ⁻⁶ °C ⁻¹	
鉄筋弾性係数	200,000 N/mm ²	
鉄筋ポアソン比	0.3	
鉄筋熱膨張係数	10×10 ⁻⁶ °C ⁻¹	
岩盤弾性係数	1~100,000 N/mm ²	
岩盤ポアソン比	0.25	
岩盤熱膨張係数	(温度変化なし)	
内水圧	1 MPa	
温度変化量	覆工内均一 -10 °C	

(2) 解析結果

数値解析解①

E_g	Double reinforcement section						Single reinforcement section				
	σ_{sa}	σ_{sb}	σ_{rg}	$\sigma_{\theta g}$	u_a	u_b	σ_{sa}	σ_{rg}	$\sigma_{\theta g}$	u_a	u_b
1	536.675	468.947	-0.002	0.002	9.505	9.344	1955.928	-0.006	0.006	35.986	35.914
10	527.569	460.987	-0.016	0.015	9.335	9.174	1834.451	-0.060	0.058	33.719	33.646
100	451.932	394.871	-0.133	0.128	7.924	7.761	1136.818	-0.368	0.356	20.701	20.625
1000	200.003	174.651	-0.523	0.505	3.222	3.056	258.703	-0.755	0.730	4.316	4.235
10000	59.570	51.894	-0.741	0.714	0.601	0.433	57.164	-0.844	0.816	0.555	0.473
100000	38.825	33.759	-0.773	0.745	0.213	0.045	34.369	-0.854	0.826	0.130	0.048

FEM 解析解②

E_g	Double reinforcement section						Single reinforcement section				
	σ_{sa}	σ_{sb}	σ_{rg}	$\sigma_{\theta g}$	u_a	u_b	σ_{sa}	σ_{rg}	$\sigma_{\theta g}$	u_a	u_b
1	536.491	468.795	-0.002	0.002	9.499	9.398	1958.900	-0.006	0.006	36.032	35.961
10	527.304	460.764	-0.015	0.015	9.328	9.226	1836.720	-0.058	0.056	33.753	33.681
100	451.034	394.092	-0.129	0.128	7.905	7.802	1136.380	-0.353	0.345	20.688	20.612
1000	197.480	172.449	-0.504	0.532	3.174	3.067	258.149	-0.722	0.743	4.305	4.224
10000	56.466	49.182	-0.697	1.148	0.542	0.434	57.101	-0.789	1.240	0.554	0.472
100000	35.654	30.989	-0.556	5.329	0.154	0.045	34.373	-0.619	5.397	0.130	0.048

比率②/①

E_g	Double reinforcement section						Single reinforcement section				
	σ_{sa}	σ_{sb}	σ_{rg}	$\sigma_{\theta g}$	u_a	u_b	σ_{sa}	σ_{rg}	$\sigma_{\theta g}$	u_a	u_b
1	1.000	1.000	0.775	0.767	0.999	1.006	1.002	1.027	0.997	1.001	1.001
10	0.999	1.000	0.950	1.005	0.999	1.006	1.001	0.962	0.967	1.001	1.001
100	0.998	0.998	0.967	1.001	0.998	1.005	1.000	0.960	0.969	0.999	0.999
1000	0.987	0.987	0.964	1.053	0.985	1.004	0.998	0.957	1.018	0.997	0.997
10000	0.948	0.948	0.941	1.608	0.902	1.002	0.999	0.935	1.520	0.998	0.998
100000	0.918	0.918	0.719	7.153	0.723	1.009	1.000	0.725	6.534	1.000	0.996

(3) 考察

岩盤弾性係数が大きくなると、FEM による鉄筋応力が小さく算定される傾向にあるが、発生応力の絶対値が小さい範囲でのものであり、実用上の問題は小さいと考えられる。

岩盤弾性係数が大きい場合に、岩盤での発生応力の差異が大きくなる。これは、多重円筒理論の場合、岩盤に発生する温度変化の影響はコンクリートの温度変化による変形のみであるが、FEM の場合、コンクリート

と岩盤の境界節点に温度変化量が入力されているため、岩盤側要素の応力に温度変化による項が加わることに
よるためと考えられる。

理論的には、多重円筒理論による解が厳密解に相当するものであるため、FEMの鉄筋応力計算精度は、現
実的な岩盤弾性係数の範囲である100~10000N/mm²で見ると、概ね5%程度の誤差と考えることができる。
ただし、多重円筒理論では、覆工-岩盤内の温度分布の影響を精度よく加味することが難しい(可能であるが数
値計算上入力値設定が複雑になる)ため、温度分布を考慮した予測を行うためにはFEMのほうが現実的であ
ると思われる。

(4) 適用限界水圧の比較

適用限界内水圧は、応力解析結果を用い、以下の式で算定する。符号は引張を正とする。

$$P_{cr} = \frac{f - \sigma_T}{\sigma(p)} \cdot p \quad (27)$$

P_{cr} : 適用限界内水圧 f : 材料発生応力の限界値
 σ_T : 温度応力 $\sigma(p)$: 内水圧 p のときの発生応力
 p : 発生応力を算定したときの内水圧 (ここでは1MPa)

表1 材料発生応力の限界値 f

検討断面	項目	限界値	限界値算定根拠
複鉄筋断面 (D32@200x2)	鉄筋引張応力	172 N/mm ²	ひび割れ幅 0.5mm
単鉄筋断面 (D25@250)	鉄筋引張応力	140 N/mm ²	ひび割れ幅 0.5mm

比較ケースは以下のとおり。

①	多重円筒理論による。温度変化は覆工内均一：-10°C
②	FEMによる。温度変化は覆工内均一：-10°C
③	FEMによる。温度変化は覆工内壁で-10°Cとし、覆工内・岩盤内の温度分布を考慮

E_g (MPa)	複鉄筋断面 (t=800mm, D32@200x2)					単鉄筋断面 (t=600mm, D25@250x1)				
	適用限界水圧 (MPa)			比較		適用限界水圧 (MPa)			比較	
	①	②	③	②/①	②/①	①	②	③	②/①	②/①
1	0.321	0.321	0.314	1.000	0.980	0.071	0.071	0.071	0.999	0.999
2	0.321	0.322	0.315	1.000	0.980	0.072	0.072	0.072	0.998	0.999
5	0.323	0.323	0.317	1.001	0.980	0.073	0.073	0.073	0.999	0.999
10	0.326	0.326	0.319	1.001	0.980	0.075	0.075	0.075	0.999	1.000
20	0.331	0.331	0.325	1.001	0.981	0.079	0.079	0.079	0.999	1.001
50	0.347	0.347	0.341	1.002	0.984	0.092	0.092	0.092	0.999	1.003
100	0.373	0.374	0.368	1.004	0.988	0.113	0.113	0.113	1.000	1.006
200	0.425	0.428	0.423	1.007	0.995	0.154	0.154	0.156	1.001	1.010
500	0.581	0.588	0.586	1.012	1.008	0.279	0.279	0.283	1.002	1.014
1000	0.841	0.855	0.857	1.017	1.018	0.486	0.488	0.494	1.002	1.016
2000	1.358	1.386	1.396	1.020	1.028	0.900	0.902	0.916	1.003	1.018
5000	2.888	2.956	2.990	1.024	1.035	2.130	2.136	2.170	1.003	1.019
10000	5.368	5.502	5.575	1.025	1.039	4.145	4.157	4.225	1.003	1.019
20000	10.083	10.341	10.489	1.026	1.040	8.051	8.074	8.206	1.003	1.019
50000	22.535	23.116	23.460	1.026	1.041	18.854	18.904	19.215	1.003	1.019
100000	38.963	39.962	40.565	1.026	1.041	34.301	34.381	34.948	1.002	1.019

解析結果より、以下のことがわかる。

- 岩盤弾性係数 E_g が大きくなると FEM による計算結果のほうが大きくなる傾向があること、
- 単鉄筋断面より複鉄筋断面のほうが、多重円筒理論と FEM との差異は大きく、その値は複鉄筋断面で 4% 程度以下、単鉄筋断面で 2% 程度以下となっている。
- 解析方法による差異はあるものの、いずれの手法でも 5% 程度以下の範囲で解は一致するため、実用に資するものと考えられる。

6. 入出力データ

6.1 入力データ

出力用コメント
 # コメント行
 IE,PP,TT,aa,bb,rr,cc,ta,tb,Ec,nc,ac,Es,ns,as,Eg,ng

- 1行目は出力用コメント
- #は入力ファイル中のコメント行. 1行目以外の任意の行で使用可能
- 計算用データは計算1ケース当り1行, カンマ区切りで記載
- 計算用データの入力数値並びは以下のとおり

IE	内水圧作用時は0, 外水圧作用時は1
PP	作用水圧 (内水圧は外向き正, 外水圧は内向き正で入力)
TT	温度変化量 (温度上昇を正, 温度低下を負で入力)
aa	水路内半径
bb	掘削半径 (覆工外半径)
rr	モデル外縁半径
cc	鉄筋のかぶり (内側鉄筋・外側鉄筋とも同一値とする)
ta	内側鉄筋等価板厚
tb	外側鉄筋等価板厚. 単鉄筋断面の場合は任意の負の値を入力
Ec	コンクリート弾性係数
nc	コンクリートポアソン比
ac	コンクリート熱膨張係数
Es	鉄筋弾性係数
ns	鉄筋ポアソン比
as	鉄筋熱膨張係数
Eg	岩盤弾性係数
ng	岩盤ポアソン比

6.2 出力データ

出力用コメント
 *Input data
 k,IE,PP,TT,aa,bb,rr,cc,ta,tb,Ec,nc,ac,Es,ns,as,Eg,ng
 . . . カンマ区切り数値並び . . .

 *Output data
 k, IE, Eg, dT, sr_c, st_c, sr_{si}, st_{si}, sr_{so}, st_{so}, sr_g, st_g, ua, ub
 . . . カンマ区切り数値並び . . .

<i>k</i> 計算実行の通し番号	<i>IE</i> 内圧作用時: 0, 外圧作用時: 1
<i>Eg</i> 水圧値	<i>dT</i> 温度変化量
<i>sr_c</i> 覆工内壁コンクリート半径方向応力	<i>st_c</i> 覆工内壁コンクリート周方向応力
<i>sr_{si}</i> 内側鉄筋半径方向応力	<i>st_{si}</i> 内側鉄筋周方向応力
<i>sr_{so}</i> 外側鉄筋半径方向応力	<i>st_{so}</i> 外側鉄筋周方向応力
<i>sr_g</i> 覆工に接する岩盤の半径方向応力	<i>st_g</i> 覆工に接する岩盤の周方向応力
<i>ua</i> 覆工内壁変位 (外向き正)	<i>ub</i> 覆工外縁変位 (外向き正)