2012 年 9 月 19 日

平面骨組有限変位解析
–外水圧・内水圧を受けるリングの挙動–

1. 概要

1.1 プログラムの修正

「外水圧」および「内水圧」を受けるリングの大きな変位挙動の追跡を試みた.

ここで,「水圧」には特別な意味がある.すなわち「水圧」は作用する面に常に垂直に作用するため,大きな変位を伴う場合,変位に伴って水圧の方向を変化させていく必要がある.

そこで,「荷重方向が常に一定」との条件で作成した有限変位解析プログラムの修正を行った.修正のポイントは以下のとおり.

- ○ 荷重増分は水圧増分で与える.
- ○ 水圧は要素に垂直に作用するものとして,要素座標系で等価節点力の考え方で水圧を 2 つの節点に分担し,これを全体座標系に変換・加算することにより全体座標系での荷重ベクトルを得る.水圧の分担を行う際は,要素の長さの変化も考慮する.このような処理により,水圧荷重は常に要素軸に直交して作用することとなる.
- ○ 荷重ベクトルの大きさ・方向の算出は,接線剛性算出と同時に行う.

このため,このプログラムは均等な内水圧あるいは外水圧を受ける構造物にしか適用できない難点があるが,水圧荷重の再現という意味では目的を達成することができる.

1.2 モデル解析結果

(1) 外水圧を受けるリング

- ○ リングの半径に対し,1/1000 の初期不整を与えた系が均等外水圧を受ける場合の荷重-変位挙動の追跡を行った.
- ○ 系の荷重-変位曲線より,想定される座屈水圧付近で変位が急増することが確認できた.
- ○ 系の荷重-変位曲線は,軸圧縮力を受ける柱のエラスティカの挙動に類似した形状をしており,荷重低下は発生しない.
- ○ 計算はリングの天端と下端の座標が逆転した以降まで追跡することができている.現実の構造物では潰れて上側と下側が密着した状態が最終形であるが,得られたモードも計算上は考えられるものであると判断している.

(2) 大きな初期不整を有する内水圧を受けるリング

- ○ リングの半径に対し,1/10 の比較的大きな初期不整を与えた系が均等内水圧を受ける場合の荷重-変位挙動の追跡を行った.
- ○ 真円に対し大きな初期不整を有するリングが内水圧を受ける場合,内水圧の増加に伴い真円に近づこうとする挙動となることが確認できた.
- ○ 水平方向に長軸を有する初期不整を考える場合,水圧の合力の値は水平方向より上下方向のほうが大きくなることは明らかである.このため,載荷初期は上下方向に広がり左右方向に縮小する変位となるが,形状が真円に近くなるにつれ,水圧も均等に作用するようになるため,全体的に円を膨らませようとする挙動に移っていくことは納得できる.

2. 解析事例

2.1 外水圧を受けるリング

「構造力学公式集」による外圧を受けるリングの座屈荷重は以下のとおりである．

①座屈時も外圧はリングに垂直に作用する	$p_{cr} = 3 \cdot \dfrac{EI}{R^3}$
②座屈時も外圧の方向は変わらない	$p_{cr} = 4 \cdot \dfrac{EI}{R^3}$
③外圧の方向は常に座屈前のリングの中心に向かっている	$p_{cr} = 4.5 \cdot \dfrac{EI}{R^3}$

この文書で述べているモデルでは，外圧は常に要素に垂直に作用するものとしており，上記①に相当する荷重で変位が急増する挙動を追跡するものである．

解析モデルの概要は以下のとおり．

解析モデル概要	
半径	1,500 mm
板厚	20 mm
奥行き	単位長さ（1mm）
弾性係数	200,000 MPa
初期不正	1.5 mm
要素数	60
節点数	60
座屈水圧（公式①）	0.1185 MPa

初期不正はリング半径の 0.1%（1.5mm）として，初期節点座標 (x, y) は以下の式により与えた．

$$r = 1500 + 1.5 \cdot \cos(2\theta)$$

$$x = r \cdot \cos\theta$$

$$y = r \cdot \sin\theta$$

ここに，θ は水平右向き 0，反時計周り正とした．

解析結果は，**図 1** および**図 2** に示すとおりである．

2.2 大きな初期不整を有する内水圧を受けるリング

解析モデル概要	
半径	1,500 mm
板厚	20 mm
奥行き	単位長さ（1mm）
弾性係数	200,000 MPa
初期不正	150 mm
要素数	60
節点数	60

初期不正はリング半径の 10%（150mm）として，初期節点座標 (x, y) は以下の式により与えた．

$$r = 1500 + 150 \cdot \cos(2\theta)$$

$$x = r \cdot \cos\theta$$

$$y = r \cdot \sin\theta$$

ここに，θ は水平右向き 0，反時計周り正とした．

解析結果は，**図 3** および**図 4** に示すとおりである．

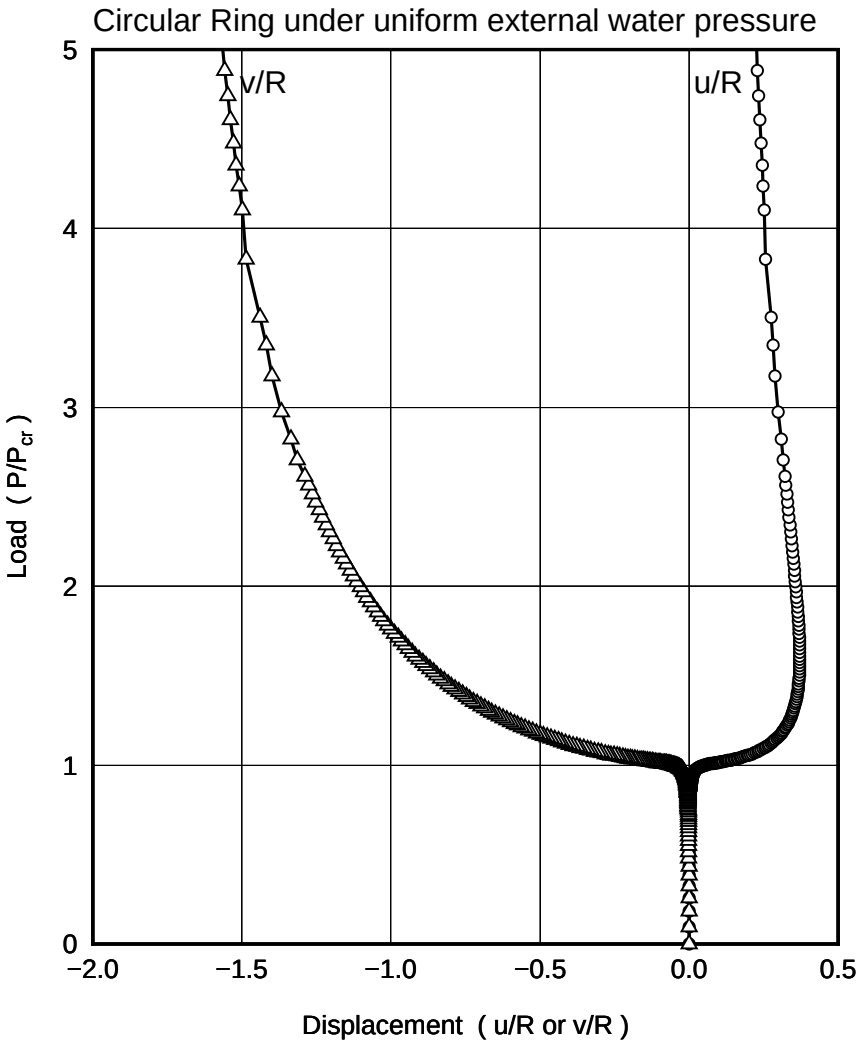
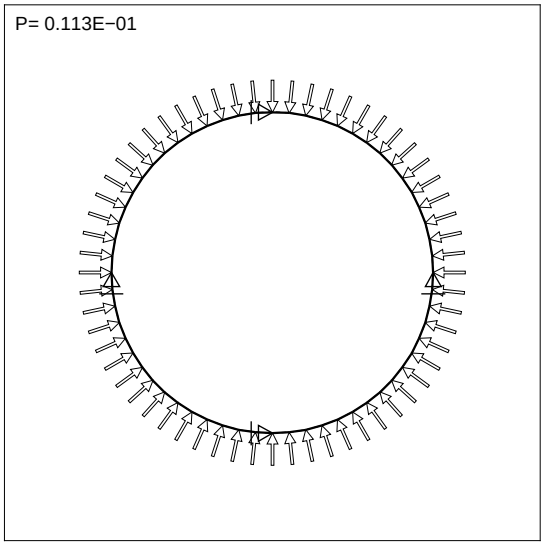
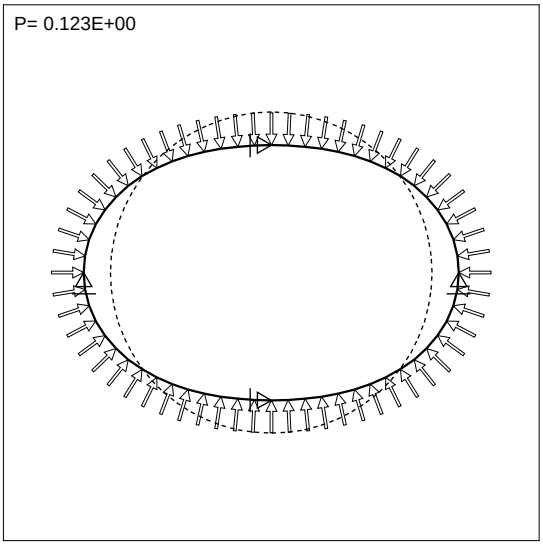


図 1　外水圧を受けるリングの荷重-変位曲線

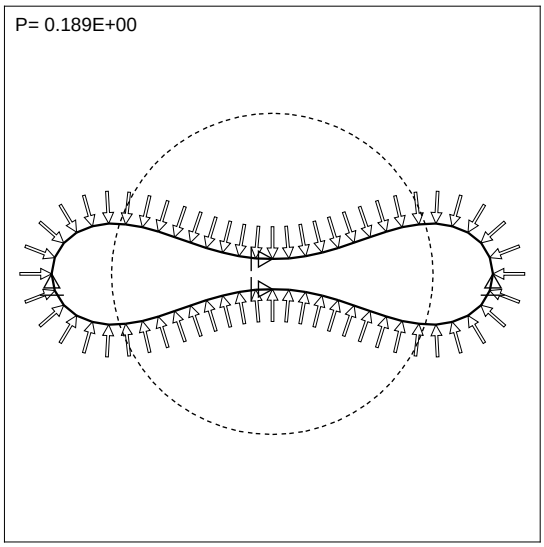
（u は右端点の水平変位，v は天端の鉛直変位）



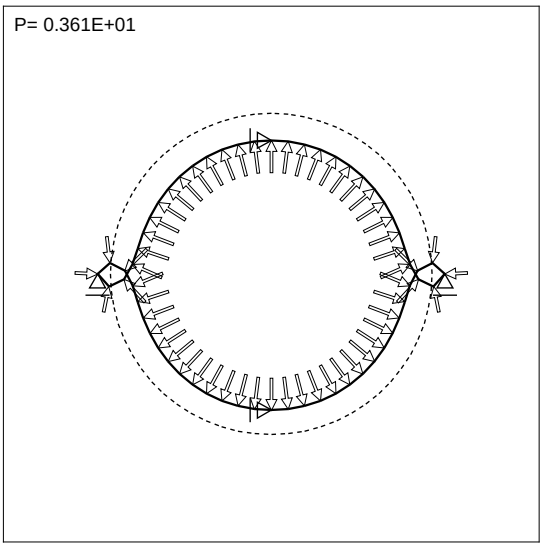
(1) 低水圧時 $P/P_{cr} = 0.10$



(2) 座屈変形後 $P/P_{cr} = 1.04$



(3) 最大水平変位時 $P/P_{cr} = 1.59$



(4) 計算最終ステップ $P/P_{cr} = 30.5$

図 2　外水圧を受けるリングの変位モード

（荷重の大きさは各ステップでの相対値，方向は実際の載荷方向）

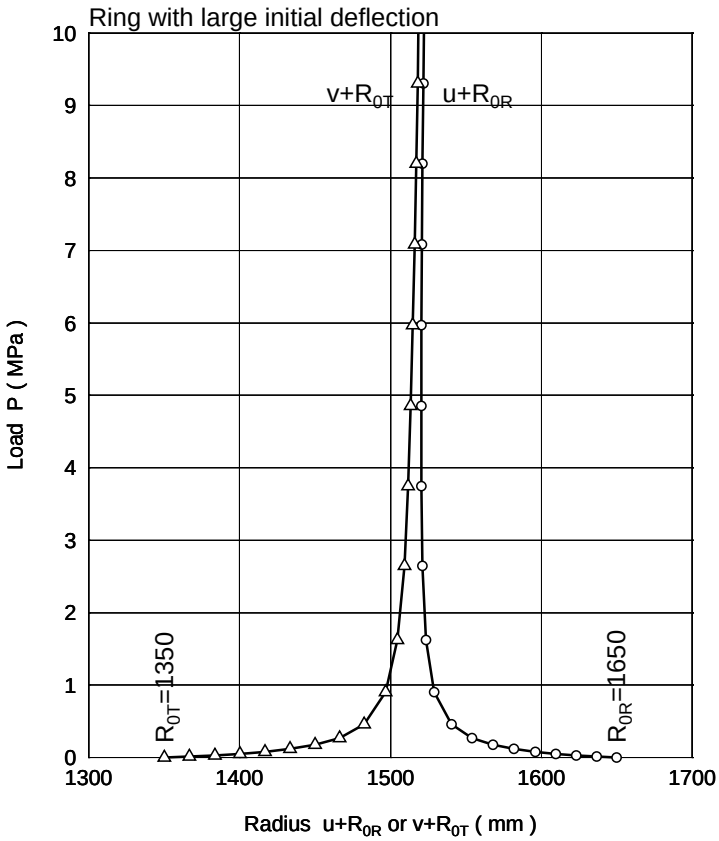
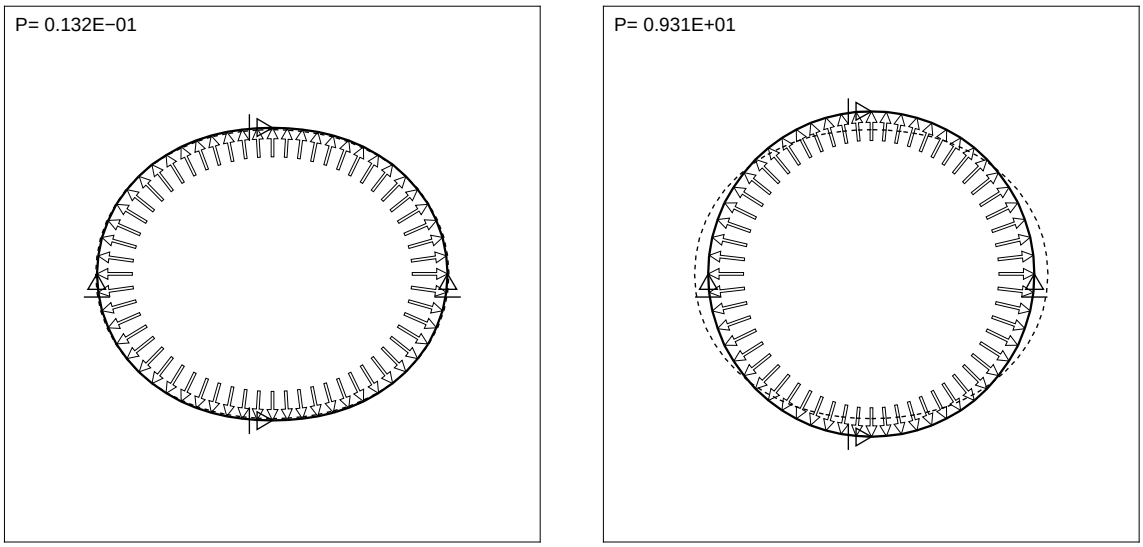


図 3　大きな初期不整を有する内水圧を受けるリングの荷重-半径変化曲線

（u は右端点の水平変位，v は天端の鉛直変位）

（R_{0R} は右端点の初期半径，R_{0T} は天端の初期半径）



(1) 低水圧時 P=0.0132 MPa　　**(2) 高水圧時 P=9.31 MPa**

図 4　大きな初期不整を有する内水圧を受けるリングの変位モード

（荷重の大きさは各ステップでの相対値，方向は実際の載荷方向）